

MODÉLISATION COMPUTATIONNELLE PRÉLIMINAIRE DE L'«ÉTUDE 2: CORDES À VIDE» DE GYÖRGY LIGETI

Tsubasa Tanaka

Université des arts de Tokyo

IReMus-CNRS-Université de Paris Sorbonne-UMR8223

tanaka.tsubasa@fa.geidai.ac.jp

RÉSUMÉ

Dans le passé, des recherches comme celles de Marcel Mesnage et André Riotte, ou encore celles de Heinrich Taube, ont établi des modèles computationnels qui peuvent recomposer, complètement ou approximativement, des pièces musicales spécifiques. Ces modèles proposent de reproduire, sous forme d'algorithme, le style propre à un compositeur. Ils permettent de naviguer, en manipulant ses paramètres, sur un espace des possibles qui non seulement contient ce qui a déjà été réalisé (la pièce originale) mais aussi d'autres versions possibles de cette même pièce à travers des transformations structurelles. Cependant, les pièces choisies pour faire l'objet d'une telle modélisation étaient jusqu'ici des pièces relativement simples, constituées d'une superposition de plusieurs voix indépendantes. L'objet de cet article est de proposer une modélisation plus complexe à travers la première section de l'*Étude 2 : Cordes à vide* pour piano de György Ligeti, dont les parties pour main droite et main gauche sont interdépendantes. Ce modèle est fondé sur deux processus : un tuiage des cellules mélodiques ainsi qu'une optimisation contrapuntique entre les deux parties. La recomposition algorithmique a été réalisée avec OM-Darwin, une bibliothèque destinée aux algorithmes génétiques d'OpenMusic.

1. INTRODUCTION

Dans le passé, des recherches ont établi des modèles computationnels qui peuvent recomposer ou reproduire, complètement ou approximativement, des pièces musicales spécifiques, et cela au-delà de l'analyse musicale habituelle. Parmi elles, citons les recherches par Marcel Mesnage et André Riotte concernant la *Pièce pour quatuor à cordes n°1* de Stravinsky et les *Variations pour piano* de Webern [1], ou encore les recherches de Heinrich Taube au sujet de *Piano phase* de Steve Reich et de l'*Étude 1 : Désordre* de Ligeti [2].

Cette approche de recomposition permet de non seulement comprendre l'œuvre, mais aussi de chercher mathématiquement d'autres versions possibles de l'œuvre qui auraient pu être réalisées à la place. Elle permet à la fois d'avoir une meilleure compréhension d'une pièce, d'hériter des méthodes de composition découvertes et de les

étendre comme des algorithmes compositionnels. Cette approche, qui nous permet d'étudier l'espace des possibles, peut être reliée à l'approche constructive (*constructive approach*¹ [3]) dans le contexte du système complexe [4].

Cependant, la tendance des recherches passées a été de prendre des pièces simples et de les modéliser en superposant simplement des parties indépendantes. Prenons l'exemple de l'*Étude 1* (pour piano) de Ligeti : les parties de la main gauche et de la main droite sont séparées selon les touches noires et blanches ; ainsi, on peut décrire sans problème les deux parties comme étant des processus parallèles indépendants [5]. De même pour la *Pièce pour quatuor à cordes n°1* de Stravinsky : il y a peu d'interdépendance entre les parties, chacune d'elles étant dans un ambitus limité et composée par une combinaison mécanique d'un petit nombre de phrases.

Donc, ayant pour dessein d'étudier une pièce qui inclut des relations interdépendantes entre les voix, j'ai choisi l'*Étude 2 : Cordes à vide* pour piano comme objet de cette recherche. L'*Étude 1* et l'*Étude 2* présentent des similarités : elles comportent toutes deux une asynchronicité rythmique des cellules entre la main gauche et la main droite. Elles présentent également des différences : si le décalage entre les deux mains de l'*Étude 1* est basée sur la différence des périodicités (qui est proche du "phase shifting" mécanique présent dans *Piano Phase* ou *Clapping Music* de Reich) et les deux parties (mains) sont relativement indépendantes, le décalage de l'*Étude 2* est plus organique et interdépendant puisqu'il mélange des cellules de durées différentes (dans le cas de l'*Étude 1*, des cellules de même durée continuent avec des périodicités mécaniques). De plus, alors que les hauteurs de deux mains sont choisies indépendamment dans chaque échelle (les touches noires et les touches blanches) dans l'*Étude 1*, il y a une interdépendance des deux mains dans l'*Étude 2* : les deux parties ensemble constituent un rythme harmonique principalement basé sur des accords de septième dans la première

1 . L'approche constructive (*constructive approach*) est une méthodologie pour comprendre des phénomènes en construisant et opérant des modèles au lieu de seulement observer les phénomènes eux-mêmes. Par exemple, pour comprendre un processus de développement cognitif chez les enfants, construire un modèle robotique d'humain et examiner ses développements cognitifs peut présenter des avantages car l'observation des enfants réels à long terme est difficile, compliquée et coûteuse. L'approche constructive est à bien différencier de l'approche constructiviste de Piaget, qui elle appartient au domaine de la psychologie.

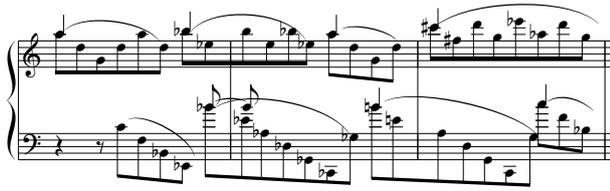


Figure 1. Le début de l'Étude 2 de Ligeti [6] (notation simplifiée). Chaque motif avec une liaison correspond à une cellule. Notons que les débuts de cellule (les noires) sont décalés entre les deux mains.

section.

Afin d'avancer la modélisation des pièces musicales algorithmiques, je propose dans cet article un modèle computationnel préliminaire qui reproduit la première section de l'Étude 2 de Ligeti en contrôlant l'interdépendance entre les parties.

Cet article s'organise de la façon suivante : dans la Section 2, je formalise un processus de recomposition en deux étapes, la planification de la disposition des cellules de durées variées en deux voix (étape de tuilage des cellules) et l'optimisation contrapuntique concernant les mouvements mélodiques indépendants et l'interdépendance harmonique. La section 3 présente une implémentation du modèle en utilisant OM-Darwin, une bibliothèque d'algorithme génétique d'OpenMusic, et un résultat de la recomposition. La section 4 présente des propositions d'amélioration future du modèle proposé.

2. MODÉLISATION

2.1. Vue d'ensemble de l'Étude 2

Dans cette section, je propose un modèle computationnel de l'Étude 2 : *Cordes à vide* en deux étapes : la détermination de la disposition des cellules et celle des hauteurs au sein des cellules.

Le début de la pièce est présenté dans la Figure 1. Concernant l'aspect rythmique, chaque partie (la main droite ou la main gauche) est composée d'une série de cellules indiquées par une liaison. Les durées des cellules sont variées. Dans la première section, une cellule consiste en plusieurs croches et le commencement de chaque cellule est accentué par une noire qui se duplique à la même hauteur. La non-uniformité des durées des cellules amène une relation asynchrone entre les deux parties. Cette asynchronicité génère un flottement métrique [5]. Même si les lignes de mesures aident à la lecture de la partition, les mesures en tant que telles ne revêtent pas un sens musical. Chaque partie est presque complètement emplie de cellules sans chevauchement ni lacune. Dans la sous-section 2.2, je formalise cet aspect comme un problème de tuilage des cellules (la première étape).

Concernant l'aspect mélodique et contrapuntique, cette pièce est principalement fondée sur des intervalles de quinte parfaite, comme son titre *Cordes à vide* l'indique, et le mouvement des mélodies montre une préférence envers

	Séries de durées des cellules	Total
Main droite	(6 6 4 9 4 5 4 6 7 7 4 8 8 8)	88
Main gauche	(7 7 7 7 7 7 7 7 7 8 10)	88

Table 1. Séries de durées des cellules pour les deux parties dans la pièce originelle (jusqu'à la mesure 11). Le total est compté en fonction du nombre de croches.

des intervalles mélodiques spécifiques, tels que la quinte parfaite et la quinte diminuée. Chaque partie est indépendante en tant que mélodie : bien que la partie de la main droite soit relativement libre, la partie de la main gauche consiste en des figures d'accompagnement qui commencent par des descentes de quintes parfaites. Cependant, du point de vue harmonique, les deux parties sont interdépendantes, partageant un rythme harmonique régulier dont l'unité de durée consiste en deux croches (un temps) et dont la variété des accords est limitée (plusieurs types d'accords de septième sont intensivement utilisés). À chaque temps, l'accord change, ce qui forme ce rythme harmonique. Dans la sous-sections 2.3, je formalise un modèle de cet aspect contrapuntique avec des mouvements mélodiques et l'interdépendance harmonique entre les deux parties (deuxième étape).

2.2. Problème de tuilage des cellules

Dans la première section, les cellules de la main droite consistent en 4 à 8 croches et les cellules de la main gauche consistent en 7 à 10 croches (exceptionnellement, la première cellule est comptée comme 7 en contenant les 3 restes.). Les séries de durées des cellules sont montrées dans la Table 1. Les durées des cellules de la main gauche se croisent au sens large, comme montrée dans la Table 1. Contrairement à l'Étude 1 dans laquelle les cellules de même durée se répètent mécaniquement dans chaque partie, dans l'Étude 2, les durées des cellules de la main droite sont plus organiques. Un point important est que les cellules des deux parties sont distribuées en évitant un commencement simultané des cellules des deux mains.

Donc, en remplaçant les valeurs concrètes par des variables et des constantes générales, le processus de recomposition de la distribution des cellules peut être interprété comme le fait de donner une solution pour le problème de satisfactions de contraintes de (1) à (5) :

Somme de durées des cellules : la somme des durées des cellules de chaque partie est égale à D , la durée totale de la section.

$$\sum_{i=1}^{N_m} d_{m,i} = D \quad (m \in \{1, 2\}), \quad (1)$$

où $d_{m,i}$ désigne la durée de la cellule i dans la partie m ($m=1$ représente la main droite et $m=2$ représente la main gauche), et N_m désigne le nombre des cellules dans la partie m .

Non-chevauchement et non-lacune : il n'y a pas de chevauchement ni de lacune entre deux cellules consécutives.

$$s_{m,i+1} - s_{m,i} = d_{m,i} \quad (m \in \{1, 2\}, i \in 1..(N_m - 1)), \quad (2)$$

où $s_{m,i}$ désigne le temps où commence la cellule i de la partie m . $1..N$ signifie $\{1, 2, 3, \dots, N\}$.

Éventail de durées des cellules : les durées des cellules sont de H_{min}^m à H_{max}^m .

$$H_{min}^m \leq s_{m,i+1} - s_{m,i} \leq H_{max}^m \quad (m \in \{1, 2\}, i \in 1..(N_m - 1)), \quad (3)$$

où H_{min}^m et H_{max}^m désignent les limites inférieure et supérieure de la durée d'une cellule dans la partie m respectivement.

Croissance des durées cellulaires : les durées des cellules de la main gauche se croisent au sens large :

$$d_{2,i} \leq d_{2,i+1}. \quad (m \in \{1, 2\}, i \in 1..(N_m - 1)). \quad (4)$$

Décalage cellulaire : les timings des commencements des cellules de main droite et de main gauche ne doivent pas se produire au même temps.

$$AllDifferent(\{s_{m,i} | m \in \{1, 2\}, i \in \{1, N_m\}\}). \quad (5)$$

2.3. Optimisation contrapuntique

Pour déterminer les hauteurs au sein des cellules, il faut prendre en compte les caractéristiques mélodiques et harmoniques.

Une caractéristique mélodique remarquable de cette pièce (à la première section) est que les types des intervalles mélodiques dans les cellules sont extrêmement limités [9]. Les cellules de la main droite contiennent seulement des intervalles mélodiques qui appartiennent à un ensemble $I_1 = \{-8, -7, -6, -2, 6, 7, 8\}$ (le 1 correspond à une unité d'intervalle d'un demi-ton) et celles de la main gauche contiennent seulement des intervalles mélodiques qui appartiennent à un ensemble $I_2 = \{-7, 7, 19\}$. Les cellules de la main droite sont relativement libres, hormis le fait qu'elles sont liées à I_1 , mais les cellules de la main gauche doivent commencer par des répétitions de descentes de quinte parfaite (-7) et la fin d'une cellule peut seulement monter d'une quinte parfaite ou d'une quinte parfaite plus une octave.

Une caractéristique harmonique remarquable est que les ensembles des classes de hauteurs des deux mains dans chaque unité de temps (la durée d'une noire) sont constitués d'un répertoire limité des accords, principalement basé sur des accords de septièmes. Cela produit un rythme harmonique régulier. Le répertoire des accords est dénoté par $C = \{c_1, c_2, \dots, c_K\}$. De plus, les deux parties évitent l'utilisation des mêmes classes de hauteurs au même temps (c'est-à-dire l'unisson).

Par conséquent, le contrepoint concernant les choix des hauteurs peut être formalisé comme un problème de satisfaction de contraintes de (6) à (9) :

Registre : les hauteurs de la partie de chaque main ont pour limite inférieure L_m et pour limite supérieure U_m .

$$L_m \leq p_{m,i,j} \leq U_m \quad (m \in \{1, 2\}, i \in 1..N_m, j \in 1..M_{m,i}). \quad (6)$$

Intervalles mélodiques : les intervalles mélodiques dans les cellules appartiennent à I_m , un ensemble de choix intervalliques donnés.

$$p_{m,i,j+1} - p_{m,i,j} \in I_m \quad (m \in \{1, 2\}, i \in 1..N_m, j \in 1..(M_{m,i} - 1)). \quad (7)$$

où $p_{m,i,j}$ désigne la hauteur j dans la cellule i de la partie m .

Rythme harmonique : soit PC_t un ensemble des classes de hauteurs (pitch-class set) pour quatre notes des deux mains dans le temps t (l'unité est la durée d'une noire), $\{h_{1,2t}, h_{1,2t+1}, h_{2,2t}, h_{2,2t+1}\}$, où $h_{m,t'}$ est la hauteur de la position t' (l'unité est la durée d'une croche) de la partie m ($h_{m,t'}$ sont indexés autrement que $p_{m,i,j}$). Le *prime form*² de PC_t appartient au répertoire des accords donnés, C (les membres de C sont aussi dans le prime form).

$$PrimeForm(PC_t) \in C \quad (t \in 1..(D/2)). \quad (8)$$

Évitement d'unisson : les deux hauteurs (une de la main droite et une de la main gauche) à la même position t' appartiennent à des classes de hauteur différentes.

$$h_{1,t'} \neq h_{2,t'} \quad (t' \in 1..D). \quad (9)$$

Cependant, il est difficile de donner une solution parfaite sachant qu'il y a beaucoup de variables. Donc, au lieu de résoudre ce problème de satisfaction de contraintes, je le relaxe et le formalise comme un problème d'une minimisation du nombre des insatisfactions des contraintes. Sous cette forme, on peut utiliser des algorithmes d'optimisation tel que l'algorithme génétique pour accomplir la minimisation.

Il faut noter que ce modèle proposé est un modèle préliminaire qui traite des hauteurs et des rythmes, mais qu'il ignore quelques détails et les changements de dynamique. Des règles supplémentaires devront encore être ajoutées pour approfondir ces détails.

3. RECOMPOSITION

J'ai mis en œuvre le modèle proposé et reproduit la première section de l'Étude 2 avec OpenMusic, un environnement de programmation de la musique développé par l'IRCAM. Pour résoudre les deux problèmes du tuilage des cellules et de l'optimisation contrapuntique, OM-Darwin [7], une bibliothèque d'algorithme génétique d'OpenMusic [8] qui a été développée par Geof Holbrook, a été utilisée.

2. Le prime form identifie des "mêmes" accords en ignorant ses inversions et ses transpositions [11]

3.1. OM-Darwin

Le patch entier pour la recombinaison est montré dans la Figure 3. Ce patch consiste en deux étapes : "tilingGA," l'objet rouge le plus haut, est un sous-patch qui résout le problème du tuilage. L'autre partie est destinée à résoudre le problème d'optimisation contrapuntique.

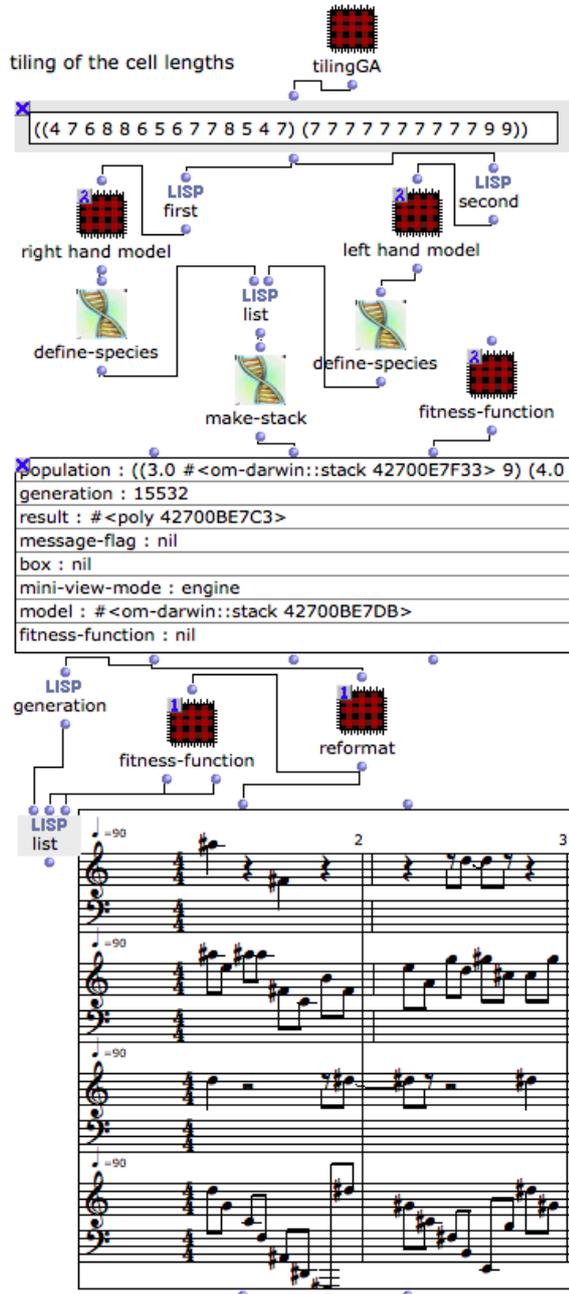


Figure 2. Implémentation du modèle proposé avec OpenMusic (patch entier).

Le noyau d'OM-Darwin est un objet OM-ENGINE, le moteur d'algorithme génétique. Il se situe au centre de la Figure 2 (Il s'agit d'un objet de grande taille, comme une table). Il a deux entrées importantes, "model" et "fitness-fonction." La partie "model" définit la formalisation des

gènes et la partie "fitness-fonction" définit la fonction fitness. En général, l'objectif de l'algorithme génétique est de trouver un gène qui optimise (minimise ou maximise) la valeur de la fonction fitness, c'est-à-dire de trouver l'individu qui est le plus adapté. La fonction fitness est une fonction destinée à évaluer à quel point chaque gène est désirable. Dans notre cas, la fonction fitness est définie comme le nombre d'insatisfactions des contraintes définies dans la section 2 pour chaque gène.

Dans ce patch, l'entrée d'OM-ENGINE pour "model" (la deuxième entrée) reçoit un modèle de gène ("phenotype") qui est composé de deux modèles, les sous-patches "right hand model" et "left hand model," qui sont définis comme "species" par les objets "define-species." À l'intérieur des sous-patches, les species contiennent des variables dont les valeurs sont générées par des générateurs aléatoires propres à OM-Darwin. Ces variables constituent le gène ("genotype") et le gène est transformé, dans les "model", en une donnée musicalement structurée ("phenotype"). Cette donnée structurée est affichée sous forme de partition dans l'objet POLY qui se situe en bas de la Figure 2.

Le sous-patch "fitness-fonction" est une fonction qui reçoit un gène exprimé sous forme de phénotype et compte le nombre d'insatisfactions des contraintes. L'OM-ENGINE exécute l'algorithme génétique et tente de générer des bons gènes par des opérations de "crossover" et de "mutation" qui minimisent la valeur de la fonction fitness.

3.2. Solution

Dans la Figure 2, une solution de la première étape, le problème de tuilage, est affichée dans le Text-Box sous le sous-patch tilingGA qui utilise aussi une GA-ENGINE à l'intérieur. L'intérieur du sous-patch tilingGA est montré dans la Figure 3. La solution du tuilage est affichée comme partition dans l'objet POLY. Cette solution est une solution optimale, qui ne comporte aucune erreur. Cette solution est utilisée dans l'étape suivante, l'optimisation contrapuntique. Le modèle pour chaque main utilise la solution, une liste de durées des cellules, et il génère aléatoirement des séries de cellules mélodiques.

La solution pour l'optimisation contrapuntique est affichée comme partition dans l'objet de POLY qui se situe au plus bas. Une solution qui est presque optimale avec un nombre d'erreurs très limité a été obtenue (Figure 4). Elle peut être écoutée en ligne [10].

3.3. Discussion

Concernant le résultat de la génération, une solution avec peu d'erreurs a été obtenue et, à mon oreille certes subjective elle se présente comme assez similaire à l'original par rapport au tuilage et à l'harmonie. Cependant, une chose apparemment insuffisante est que les mélodies globales qui sont consistées de notes accentuées par les noires dans chaque main ne sont pas chromatiques, alors que les mélodies dans l'original le sont.

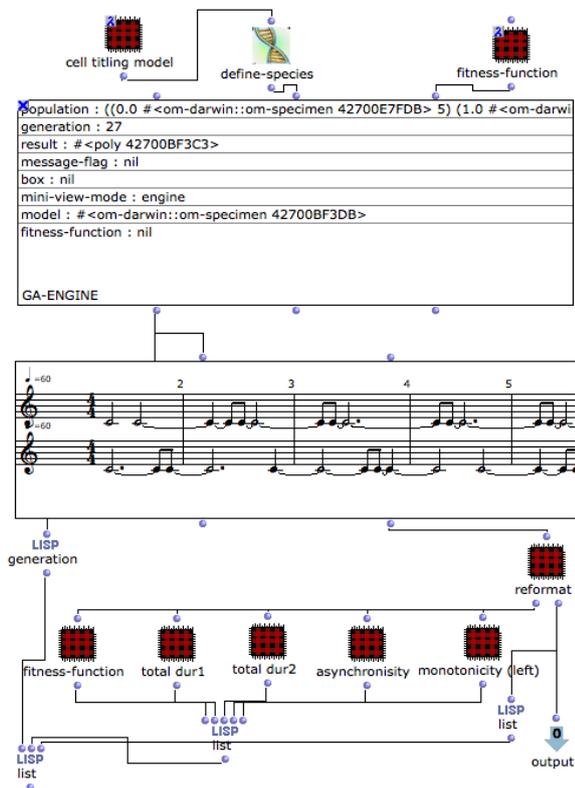


Figure 3. Intérieur du sous-patch, tilingGA, pour résoudre le problème du tuilage.

En généralisant cette différence, il est possible d'améliorer cette reproduction en termes de fidélité à la pièce originale. Par exemple, même si l'Equation 6 fixe les limites supérieure et inférieure des hauteurs en tant que hauteurs maximale et minimale qui apparaissent réellement dans l'original, il n'y a pas d'assurance que les hauteurs maximale et minimale de l'original apparaissent dans la pièce générée. Pour aller plus loin, il y aura des différences en termes de statistiques d'occurrences ou de transition des hauteurs ou des accords entre la pièce générée et l'original. Dans le but d'améliorer ce point dans la fidélité à l'original, on peut songer à l'introduction d'une fonction fitness basée sur une analyse quantitative pour minimiser les différences statistiques entre la pièce générée et l'original.

4. CONCLUSION

Dans cet article, j'ai proposé un modèle de recombposition de la première section de l'Étude 2 de Ligeti. Ce modèle a été mis en œuvre par OM-Darwin et une solution presque optimale a été générée.

Il reste plusieurs tâches à effectuer dans le futur : (1) Extension du modèle : le modèle actuel est limité à la première section. Un modèle plus général sera nécessaire pour compléter la pièce entière. Il manque aussi l'implémentation de certains détails. (2) Création de nouvelles



Figure 4. Une solution générée avec OM-Darwin.

pièces : d'autres valeurs possibles des paramètres tels que la densité du tuilage, les choix d'intervalles et des accords, le nombre de voix, etc. n'ont pas encore été étudiés. Cela mènera à de nouvelles créations par transformations structurelles de cette pièce. (3) Modélisation de l'Étude 5 : *Arc-en-ciel* : l'Étude 5 possède certaines particularités en commun avec l'Étude 2 du point de vue harmonique malgré la différence d'utilisation des intervalles mélodiques. Cela pourra conduire à un modèle plus général qui inclura les deux pièces.

Remerciements : cette recherche a reçu le soutien du JSPS via la subvention KAKENHI numéro 19K13024.

5. REFERENCES

- [1] Riotte, A. et Mesnage, M. *Formalismes et Modèles Musicaux. 2 : Exemples de Modélisation de Partitions Musicales*, DELATOUR FRANCE, 2006.
- [2] Taube, H. *Notes from the Metalevel : An Introduction to Computer Composition (Studies on New Music Research)*, Routledge, 2004.
- [3] Hashimoto, T. et al. "Evolutionary Constructive Approach for Studying Dynamic Complex Systems" in *Recent Advances in Modelling and Simulation*, pp. 111-136, I-Tech Books, 2008.
- [4] Nagai, Y. et al. "How does an infant acquire the abi-

- lity of joint attention ? : A Constructive Approach", *Proceedings of the Third International Workshop on Epigenetic Robotics*, pp.91-98, 2003.
- [5] Bouliane, D. "« Six Etudes pour piano » de György Ligeti ". Albèra, Philippe. *Ligeti-Kurtag : Revue Contrechamps n° 12-13*. Genève : Éditions Contrechamps, pp. 98-132, 1990.
- [6] Ligeti, G. *Étude pour piano premier livre*, SCHOTT, 1986.
- [7] Holbrook, G. "Optimizing Future Perfect : A Model for Composition with Genetic Algorithms", Columbia University, 2015.
- [8] Bresson, J. *OM composer's book 3*, 2015.
- [9] Tanaka, T. et al. "Interval Scale as Group Generators," *Proceedings of Joint Conference ICMC|SMC*, pp.1057-1061, Athens, 2014.
- [10] Tanaka, T. <https://soundcloud.com/tsubasa-tanaka/algorithmic-recomposition-of-ligetis-etude-2-first-section>
- [11] Forte. A. *The Structure of Atonal Music*, Yale university press, 1977.